

数学演習 第13回

山田 良太

大阪府立大学・理学部・情報数理科学科

13.3

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 & | & 1 \\ 1 & -2 & 2 & -2 & | & 1 \\ -2 & 4 & 2 & 7 & | & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 & -2 & | & 2 \\ 1 & -2 & 2 & -2 & | & 1 \\ -3 & 6 & 0 & 9 & | & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 & -2 & | & 2 \\ 1 & -2 & 2 & -2 & | & 1 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & | & 6 \end{bmatrix} \\
 \rightarrow & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 & -2 & | & 2 \\ 1 & -2 & -3 & 0 & | & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & | & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 9 & 0 & | & 6 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & | & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & | & 1/3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & | & -1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 2/3 \end{bmatrix} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x - 2y = 1 \\ z = \frac{2}{3} \\ w = \frac{2}{3} \end{cases} \\
 \therefore & \mathbf{x = 2t + 1, y = t, z = \frac{2}{3}, w = \frac{2}{3}, t \in \mathbb{R} \dots \dots (\text{答})}
 \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & | & 3 \\ 2 & 2 & 4 & | & 1 \\ 2 & 5 & 8 & | & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & | & 3 \\ 0 & 3 & 4 & | & -2 \\ 0 & 6 & 8 & | & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & | & 3 \\ 0 & 3 & 4 & | & -2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 3 \end{bmatrix} \\
 & \text{これは } 0 \cdot x + 0 \cdot y + 0 \cdot z = 3 \text{ を意味するが、これを満たす } x, y, z \in \mathbb{R} \text{ は存在しない。} \\
 & \therefore \text{ 解ナシ } \dots \dots (\text{答})
 \end{aligned}$$

13.4

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & | & b_1 \\ 4 & 5 & 6 & | & b_2 \\ 7 & 8 & 9 & | & b_3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & | & b_1 \\ 4 & 5 & 6 & | & b_2 \\ 8 & 10 & 12 & | & b_3 + b_1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & | & b_1 \\ 4 & 5 & 6 & | & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & | & b_3 - 2b_2 + b_1 \end{bmatrix} \\
 \rightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & | & b_1 \\ 2 & 1 & 0 & | & b_2 - 2b_1 \\ 0 & 0 & 0 & | & b_3 - 2b_2 + b_1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -3 & 0 & 3 & | & 5b_1 - 2b_2 \\ 2 & 1 & 0 & | & b_2 - 2b_1 \\ 0 & 0 & 0 & | & b_3 - 2b_2 + b_1 \end{bmatrix} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} -3x_1 + 3x_3 = -2b_2 + 5b_1 \\ 2x_1 + x_2 = b_2 - 2b_1 \\ 0 = b_1 - 2b_2 + b_3 \end{cases} \\
 & \text{よって、} \mathbf{b_1 - 2b_2 + b_3 = 0} \dots \dots (\text{答}) \text{ であれば与えられた方程式は解を持つ。} \\
 \text{その解は} & \begin{cases} x_1 = t \\ x_2 = b_2 - 2b_1 - 2t \\ x_3 = \frac{1}{3}(3t - 2b_2 + 5b_1) \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \text{ である。}
 \end{aligned}$$

