数学演習　第１２回

山田　良太
大阪府立大学・理学部・情報数理科学科

12.1

$e^x=\sum_{k=0}^{100}\frac{1}{k!}x^k+\frac{e^{\theta x}}{101!}x^{101}$

$=1+x+\frac{1}{2}x^2+\cdots+\frac{1}{100!}x^{100}+\frac{e^{\theta x}}{101!}x^{101}$（ただし、$\theta$ は $0<\theta<1$ を満たすある実数）

$y=e^x$ は、$\lim_{x\to-\infty}e^x=0$, $\lim_{x\to\infty}e^x=\infty$ かつ、単調増加より、$e^x=1.001$ を満たす x はただ一つ存在する。その x を α とおくと、

$\lim_{x\to\infty}\frac{x^{100}}{(1.001)^x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^{100}}{e^{\alpha x}}$

となり、分母を 101 次の項まで有限マクローリン展開する事により、

$\lim_{x\to\infty}\frac{x^{100}}{e^{\alpha x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^{100}}{1+\alpha x+\frac{1}{2}(\alpha x)^2+\cdots+\frac{1}{100!}(\alpha x)^{100}+\frac{e^{\theta\alpha x}}{101!}(\alpha x)^{101}}=0$

12.2

省略

（省略っていうか嘉田のＨＰに載ってる）

12.3

省略 

12.4

$\tan x$ を 3 次の項まででで漸近展開すると、$\tan x=x+\varepsilon(x)x^3$, $\lim_{x\to 0}\varepsilon(x)=0$ より、

$\lim_{x\to 0}\frac{x-\tan x}{x^3}=\lim_{x\to 0}(-\varepsilon(x))=0$

$\therefore\ \boldsymbol{\lim_{x\to 0}\frac{x-\tan x}{x^3}=0}$……**（答）**

12.5

省略