物理学Ｉ

山田　良太
大阪府立大学・理学部・情報数理科学科
1060301034
２００６年０７月０４日　提出

1

（1）$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=(\begin{bmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_z & a_x \\ b_z & b_x \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_z \end{bmatrix})=(a_yb_z-a_zb_y,\, a_zb_x-a_xb_z,\, a_xb_y-a_yb_x)$ だから、$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})=(a_xa_yb_z-a_xa_zb_y+a_ya_zb_x-a_ya_xb_z+a_xa_zb_y-a_ya_zb_x)=0$

$\boldsymbol{b}\cdot(bma\times\boldsymbol{b}=b_xa_yb_z-b_xa_zb_y+b_ya_zb_x-b_ya_xb_z+b_za_xb_y-b_za_yb_x=0$

（2）$|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2\sin^2\theta=|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2(1-\cos^2\theta)=|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2-|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2(\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|})^2=|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2=(a_x^2+a_y^2+a_z^2)(b_x^2+b_y^2+b_z^2)-(a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z)^2=(a_xb_y-a_yb_x)^2+(a_xb_z-a_zb_x)^2+(a_yb_z-a_zb_y)^2=|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|^2$

（3）$\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a}=(b_ya_z-b_za_y,\, b_za_x-b_xa_z,\, b_xa_y-b_ya_x)=-\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$

（4）$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})=\frac{d}{dt}(a_yb_z-a_zb_y,\, a_zb_x-a_xb_z,\, a_xb_y-a_yb_x)=\Big(\frac{da_y}{dt}b_z+a_y\frac{db_z}{dt}-\frac{da_z}{dt}b_y-a_z\frac{db_y}{dt},\, \frac{da_z}{dt}b_x+a_z\frac{db_x}{dt}-\frac{da_x}{dt}b_z-a_x\frac{db_z}{dt},\, \frac{da_x}{dt}b_x+a_x\frac{db_y}{dt}-\frac{da_y}{dt}b_x-a_y\frac{db_x}{dt}\Big)$

$\frac{d\boldsymbol{a}}{dt}\times\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\times\frac{d\boldsymbol{b}}{dt}=\Big(\frac{da_y}{dt}b_z+a_y\frac{db_z}{dt}-\frac{da_z}{dt}b_y-a_z\frac{db_y}{dt},\, \frac{da_z}{dt}b_x+a_z\frac{db_x}{dt}-\frac{da_x}{dt}b_z-a_x\frac{db_z}{dt},\, \frac{da_x}{dt}b_x+a_x\frac{db_y}{dt}-\frac{da_y}{dt}b_x-a_y\frac{db_x}{dt}\ Big)$

$\therefore\quad \frac{d}{dt}(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})=\frac{d\boldsymbol{a}}{dt}\times\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}\times\frac{d\boldsymbol{b}}{dt}$

2

$L=|\boldsymbol{r}||\boldsymbol{p}|\sin\theta=|\boldsymbol{r}||m\boldsymbol{v}|\sin\theta=m|\boldsymbol{r}||\boldsymbol{v}|\sin\theta=m\times($$\boldsymbol{r},\, \boldsymbol{v}$ の張る平行四辺形の面積）$=$ 一定

3

（1）$r_1v_1=r_2v_2$

（2）$-k\frac{Mm}{r_1}+\frac{1}{2}mv_1^2=-k\frac{Mm}{r_2}+\frac{1}{2}mv_2^2$

（3）$\Longleftrightarrow -2kMr_2+v_1^2r_1r_2=-2kMr_1+v_2^2r_1r_2$

$\Longleftrightarrow -2kM(r_2-r_1)=r_1r_2(v_2^2-v_1^2)=r_1r_2(\frac{r_1^2}{r_2^2}v_1^2-v_1^2)=\frac{r_1}{r_2}(r_1^2-r_2^2)v_1^2=\frac{r_1}{r_2}(r_1+r_2)(r_1-r_2)v_1^2$

$\therefore\quad 2kM=\frac{r_1}{r_2}(r_1+r_2)v_1^2$

$\therefore\quad v_1=\sqrt{\frac{2r_2kM}{(r_1+r_2)r_1)}}$

同様にして、$v_2=\sqrt{\frac{2r_1kM}{(r_2+r_1)r_2}}$

4

（1）$\boldsymbol{p_1}=|\boldsymbol{r}||\boldsymbol{v}|\cos\theta=\omega r^2$

$\boldsymbol{p_2}=|\boldsymbol{r'}||\boldsymbol{v}|\cos\theta=4\omega r^2$

$\therefore\quad \boldsymbol{p_2}=4\boldsymbol{p_1}$ なので４倍

（2）ωr^2

5

（1）$E=\frac{1}{2}mv_0^2,\ p=|\boldsymbol{r}||\boldsymbol{v}|=r_0v_0$

（2）$p'=|\boldsymbol{r'}||\boldsymbol{v'}|=r_1v'$ で、$p=p'$ から、$v'=\frac{r_0}{r_1}v_0$

（3）$r_1<r_0$ より、$\frac{r_0}{r_1}>1$ だから $v'>v_0$ で速くなっている。

（4）

$\Delta E=\frac{1}{2}mv'^2-\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\Big(\frac{r_0}{r_1}v_0\Big)^2-\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_0^2\times\frac{r_0-r_1}{2r_1}=\frac{r_0-r_1}{2r_1}mv_0^2$