物理レポート
２００６年０５月２３日提出

1060301034　山田良太
理学部情報数理科学科　１回生

http://www.geocities.jp/ryota_yama_2006/study/study.html

平成 18 年 5 月 23 日

0.1

1. $\dfrac{dx(t)}{dt} = pt^2 + qt + r$ を両辺 t で積分すれば
   $\displaystyle\int \frac{dx(t)}{dt}dt = \int dx(t) = \int (pt^2 + qt + r)dt$
   $\therefore x(t) = \dfrac{1}{3}pt^3 + \dfrac{1}{2}qt^2 + rt + C$

2. $\dfrac{dx(t)}{dt} = pe^(- qt)dt$ を両辺 t で積分すれば
   $\displaystyle\int \frac{dx(t)}{dt}dt = \int dx(t) = p\int e^{-gt}dt \qquad \therefore x(t) = -\frac{p}{q}e^{-qt} + C$

3. $\dfrac{dx(t)}{dt}px(t) + q \iff \dfrac{1}{px(t)+q}\dfrac{dx(t)}{dt} = 1$ を両辺 t で積分すれば、
   $\displaystyle\int \frac{1}{px(t)+q}\frac{dx(t)}{dt}dt = \int \frac{1}{px(t)+q}dx(t) = \int dt$
   $\therefore \log|px(t)+q| = t + C \qquad \therefore x(t) = \dfrac{1}{p}(e^{t+C} - q)$

4. de $\dfrac{dx(t)}{dt} = -px^2(t) \iff \dfrac{1}{x^2(t)}\dfrac{dx(t)}{dt} = -p$ を両辺 t で積分すれば
   $\displaystyle\int \frac{1}{x^2(t)}\frac{dx(t)}{dt}dt = \int \frac{1}{x^2(t)}dx(t) = \int (-p)dt \qquad \therefore -\frac{1}{x(t)} = -pt + C$
   $\therefore x(t) = \dfrac{1}{pt - C}$

5. $\dfrac{dx(t)}{dt} = p(t-q)x(t) \iff \dfrac{1}{x(t)}\dfrac{dx(t)}{dt} = p(t-q)$ を両辺 t で積分すれば
   $\displaystyle\int \frac{1}{x(t)}\frac{dx(t)}{dt}dt = \int \frac{1}{x(t)}dx(t) = \int p(t-q)dt$
   $\therefore \log|x(t)| = \dfrac{1}{2}pt^2 - pqt + C \iff \therefore x(t) = exp(\dfrac{1}{2}pt^2 - pqt + C)$

0.2

$\dfrac{dx(t)}{dt} = v(t)$ とすると、$\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} = a \iff \dfrac{dv(t)}{dt} = a$ となり、両辺 t で積分すれば $\displaystyle\int dv(t) = \int adt \qquad \therefore v(t) = at + C_1$⋯⋯（１）

$v(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ より（１）は、$\dfrac{dx(t)}{dt} = at + C_1 \iff \dfrac{1}{at+C_1}\dfrac{dx(t)}{dt} = 1$

これを両辺 t で積分して $\displaystyle\int \frac{1}{at+C_1}dx(t) = \int dt = t + C_2$

$\therefore \dfrac{1}{at+C_1}x(t) = t + C_2$

$\therefore x(t) = (t+C_2)(at+C_1) = at^2 + (aC_2 + C_1)t + C_1C_2$⋯⋯（２）

1. （１）（２）に初期条件を代入して
   $x(0) = C_1C_2 = -x_0 \quad , \qquad v(0) = C_1 = -v_0$

より $C_1 = -v_0, C_2 = \frac{x_0}{v_0}$

$\therefore x(t) = at^2 + (\frac{x_0}{v_0}a - v_0)t - x_0$

2. （1）（2）に初期条件を代入して

$x_0 = C_1C_2 = 0 \quad , \qquad x(t_1) == at_1^2(aC_2 + C_1)t_1 + C_1C_2 = 0$

より $t_1(at_1 + aC_2 + C_1) = 0$

ア）$a = 0$ のとき、　　$C_1 = 0, C_2$ は任意より $x(t) = at^2 + aC_2t$

イ）$a \neq 0$ のとき、　　$C_1C_2 = 0, aC_2 + C_1 = -at_1$ より $x(t) = at(t - t_1)$

0.3

1. $m\frac{dv(t)}{dt} = -\mu' mg$

2. $\int mdv(t) = \int(-\mu' mg)dt \iff mv(t) = -\mu' mg + C$

$\therefore v(t) = -\mu' ft + C$

$v(0) = v_0$ より $C = v_0$

よって $v(t) = -\mu' gt + v_0$ なので $v(t) = 0$ より $t = \frac{v_0}{\mu' g}$

3. $v(t) = -\mu' gt + v_0$ を両辺 t で積分して

$\int dx(t) = \int(-\mu' gt + v_0)dt \iff x(t) = -\frac{1}{2}\mu' gt^2 + v_0t$

これに (2) で求めた $t = \frac{v_0}{\mu' g}$ を代入して $x(\frac{v_0}{\mu' g}) = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{\mu' g}$

4. $v_0' = \frac{97}{100}v_0$ とすると $x(t) = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{\mu' g} = \frac{9409}{10000}\frac{1}{\mu'}\frac{v_0^2}{2g}$

なので μ' を $\frac{9409}{10000}\mu'$ とすればよい。　　　よって 5.91 %

0.4

1. 変位 $= 5m/s \times 2s + \frac{1}{2}5m/s \times (6-2)s + \frac{1}{2}(-5)m/s \times (10-6)s = 10m$

2. $v(10) = 10m/s + \frac{1}{2}5m/s^2 \times 4s + \frac{1}{2}5m/s^2 \times (10-4)s = 35m/s$

3. $v(1 \to 2) = \int_1^2 (pt^2 + q)dt = \frac{7}{3}p + q \quad (m)$

0.5

運動方程式は $m\frac{d^2(t)}{dt^2} = mg - b\frac{dx(t)}{dt}$

初期条件は $x(0) = 0 \quad , \qquad v(0) = v_0$

このとき $v(t)=\frac{dx(t)}{dt}$ より、$m\frac{dv(t)}{dt}=mg-bv(t)$

$\Longleftrightarrow \frac{dv(t)}{dt}=-\frac{b}{m}(v(t)-\frac{mg}{b})=-\frac{b}{m}(v(t)-v_t)$

$\therefore \frac{1}{v(t)-v_t}\frac{dv(t)}{dt}=-\frac{b}{m}$ でこの式を両辺 t で積分すれば

$v(0)=v_0$ より $|v(t)-v_t|=e^{C_1}$ なので $|v(t)-v_t|=|v_0-v_t|e^{-\frac{b}{m}t}$

$v_0>v_t$ より $v_0-v_t>0$ なので $|v(t)-v_t|=(v_0-v_t)e^{-\frac{b}{m}t}$

更に落下してしばらくは、絶対値内は正であるから

$v(t)=v_t+(v_0-v_t)e^{-\frac{b}{m}t}=v_t(1-e^{-\frac{b}{m}t})+v_0e^{-\frac{b}{m}t}$

$\therefore v(t)=v_t(1-e^{-\frac{b}{m}t})+v_0e^{-\frac{b}{m}t}$

0.6

1. $I=m(v'-v)=0.1kg\times\{60-(-40)\}m/s=10kgm/s$

2. $\vec{I}=m(\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v})=m(\frac{1}{2}-v,\frac{1}{2}-(-v))=(-\frac{1}{2}mv,\frac{3}{2}mv)$